専門科目（午前）　　　　　　　　２４　大修
土木工学（工学基礎）

時間９：３０〜１１：００

問題２

以下の問に答えなさい．なお，導出の過程を明示すること．

(I) 偏微分方程式に関する以下の問に答えなさい．

(1) cを定数とするとき，$u = u(x,t)$ についての $t > 0,\ 0 < x < 2$ における波動方程式

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

を変数分離法によって解きなさい．

ただし境界条件は $t \geq 0$ において $u(0,t) = 0$ かつ $u(2,t) = 0$ であり，初期条件は$0 \leq x \leq 2$ において $u(x,0) = 3\sin\frac{\pi x}{2}$ かつ $\frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0$とする．

(2) (1)の波動方程式 $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ を，コンピュータ等で数値的に解くための中心差分による差分方程式で表しなさい．ここで，tの有限かつ微小な変化量をΔt，xの有限かつ微小な変化量をΔxなどと表現して構わない．

(II) 確率に関する以下の問に答えなさい．

(1) aを正の実数とするとき

$$\lim_{n\to\infty}\left(1 - \frac{a}{n}\right)^n$$

を求めなさい．ただし，

$$\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

である．

(2) n個の箱とm個のボール（n, m は正の整数）があり，すべてのボールをいずれかの箱へと入れることとする．ただし，箱はそれぞれ異なるが，ボールはどれも同じものである．$n = 10, m = 6$とし，一つの箱には一つだけボールを入れることができるとした場合, 箱へのボールの入れ方は何通りあるか．

(3) ある町ではp年間にq回の割合で突風災害が発生する．発生確率は常に一定であり，これまでも今後も同じ確率で突風災害が発生することとする．また，それぞれの突風災害の発生は独立の事象であり，他の突風災害の発生に依存しない．加えて，一年間をn個の微小な時間に区切った場合，一微小時間内に二回以上の突風災害が発生する可能性は無視できるものとする．このとき，ある一年間にm回（mは正の整数）の突風災害が発生する確率は $\frac{A^B}{C!}e^D$という形で表現できる．A, B, C, Dに当てはまる文字式を求めなさい．

(4) 上記の(3)の条件において，来年一年間に突風災害が発生しない確率を求めなさい．また，それが$1 - {}^{q}/_{p}$とは異なる理由を記しなさい。