専門科目（午前） ２３ 大修
土木工学（工学基礎） 時間９：３０～１１：００

問題１

以下の問に答えなさい．なお，導出の過程を明示すること．

I 微分方程式に関する以下の問に答えなさい．

(1) 以下の微分方程式を与えられた条件の下で解きなさい．

(a) $y'' - 2y' + 10y = 0$, $y(0) = 4$, $y'(0) = 1$

(b) $y' = x + y$, $y(0) = 0$

(2) $y' = f(x, y(x))$ なる１階の微分方程式の数値解法に関する以下の問に答えなさい．

(a) Δx を微小な値として，$x_i = i \times \Delta x$ とする．$x = x_i$ における y の値をy_iとするとき，$y_{i+1} \approx y_i + f(x_i, y(x_i))\Delta x$ なる漸化式が得られることを示しなさい．

(b) 前問で導いた漸化式において $\Delta x = 0.2$ として，I(1)(b)における微分方程式に対する数値解 y_i $(i = 1, \dots, 4)$ を求めなさい．

II 図１に示すばね－質点系モデルの運動に関する以下の問に答えなさい．ただし，質点と床の摩擦は無視できるものとする．

(1) 図１に示すように，質量 m の２つの質点①，②がばね定数 k_1, k_2 のばねで連結され，質点②には水平力 f が作用しているとする．質点①，②のつりあい静止状態からの変位をそれぞれ u_1, u_2 とするとき，以下の方程式を誘導しなさい．ただし，ドット($\dot{}$)は時間 t に関する微分を表す．

$$m\ddot{u}_1 = -k_1 u_1 + k_2(u_2 - u_1)$$
$$m\ddot{u}_2 = -k_2(u_2 - u_1) + f$$

(2) 質点②に作用する水平力を $f = \bar{f}\cos\omega t$ とする．ここに，$\bar{f}$は振幅であり，ω は円周波数である．また，水平力が作用している時間 t は十分大きく，質点の運動は定常状態にあるとする．水平力の振幅 $\bar{f}$ を一定に保ったまま，円周波数 ω を十分に小さい値から徐々に大きくしたとき，円周波数が $\omega = \sqrt{k_2/(2m)}\ (\equiv \omega_1)$ に近づくと質点の変位が非常に大きな値を示した．その発生メカニズムを説明するとともに，k_1/k_2 の値を求めなさい．

(3) 水平力 f の円周波数を $\omega = \omega_1$ からさらに大きくすると，質点の変位は一旦小さくなったが，ある円周波数 $\omega = \omega_2$ において再び質点の変位が大きくなった．そのときの円周波数 ω_2 を求めなさい．

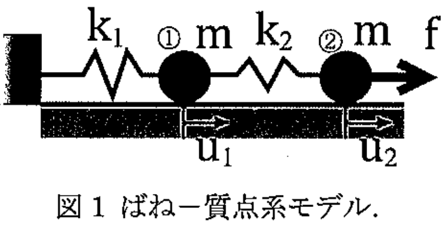

図１ ばね－質点系モデル．