

専門科目 (午前)
土木工学 (工学基礎)

21 大修

時間 9:30~11:00

問題 2

以下の問に答えよ。なお、導出の過程を明示すること。

(I)

$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, B を n 個の異なる固有値とその固有ベクトルを持つ $n \times n$ の実行列, $x = (1, 2)$, $y = (1, \dots, 1)$ なる n 次のベクトル, とする。但し, y と B の固有ベクトルは直交しないとする。ここで, $()^T$ は転置を表している。

- 1) A の固有値とその固有ベクトルを求めなさい。固有ベクトルは正規化して示すこと。
- 2) $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = A^m x$ とする。 m を大きくした時, $\frac{\alpha}{\beta}$ がどのような値となるか求めよ。
- 3) m を大きくした時, $B^m y$ がどのようなベクトルに収束するか述べ, それを証明せよ。

(II)

1) $\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} = 3xy$ を満たす $u(x, y)$ を求めなさい。

2) 張られた膜の微小振動を考える。膜の面外方向の変位 $w(x, y, t)$ が $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial y^2}$ により表されるとする。ここで, x 及び y, t, c は空間座標, 時間, 波速を表している。膜が 1×1 の大きさの場合の固有振動数を求めなさい (境界条件として $w(0, s, t) = w(1, s, t) = w(s, 0, t) = w(s, 1, t) = 0, (0 \leq s \leq 1)$ を用いなさい)。