

専門科目（午前）
土木工学（工学基礎）

21 大修

時間 9:30~11:00

注 意 事 項

1. 問題は全部で2題ある。この全てについて解答せよ。
2. 解答は問題1題ごとに、別々の解答用紙に記入せよ。
3. 解答用紙は全部で4枚ある。問題1題ごとに最大2枚まで使用してよい。
4. 各解答用紙には、必ず、問題番号および受験番号を記入せよ。
5. 計算機能のみの電卓を使用してもよい。

専門科目 (午前)
土木工学 (工学基礎)

21 大修

時間 9:30~11:00

問題 1

以下の問に答えよ。なお、導出の過程を明示すること。

(I)

(1) 以下の常微分方程式の一般解を求めよ。

(a) $y \frac{dy}{dx} - xe^{-y^2} = 0$

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = e^x \sin x$

(2) 2 階の常微分方程式に関する以下の問いに答えよ。

(a) $\frac{d^2y}{dx^2} + p(x) \frac{dy}{dx} + q(x)y = 0$ の 1 つの基本解が y_1 のとき、他の独立な基本解 y_2 を求めよ。

(b) 上記(a) を利用して、 $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x \frac{dy}{dx} - 6y = 0$ の一般解を求めよ。

(II)

(1) ある機械が時刻 $t = 0$ から $t = t_0$ までに故障する確率を $F(t_0)$ ($t_0 \geq 0$) と定義したとき、その確率密度関数は $f(t_0) = \left. \frac{dF}{dt} \right|_{t=t_0}$ となる。瞬時故障率を $\lambda(t)$ ($t = t_0$ までに故障せず、その後 Δt の間に故障する確率は、 $\lambda(t_0)\Delta t$ と等しい) とすれば、 $F(t)$ はどのような関数で表されるか。また、 λ が定数のとき、平均寿命はどのように表現されるか。

(2) ベイズ(Bayes) の定理に関する以下の問いに答えよ。

(a) 標本空間 Ω において、事象 A_1, A_2, \dots, A_n が互いに排反であり、 $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$ ならば、任意の事象 B に対して、 $P(A_i | B) = \frac{P(B | A_i)P(A_i)}{\sum_{j=1}^n P(B | A_j)P(A_j)}$ が成立することを示せ。ただし、

$P(A_i)$ = 事象 A_i の確率、 $P(A_i | B)$ = 事象 B を条件とする事象 A_i の条件付確率である。

(b) 形の同じ 3 枚のカードがある。1 枚目のカードは両面が白、2 枚目のカードは両面が赤、3 枚目のカードは片面が白で片面が赤である。今、3 枚のカードから 1 枚を選んで机の上においたところ、カードの表は赤であった。このとき、裏が白である確率を、上記(a) を利用して求めよ。