

工学基礎 問2

図-1 のような長さ L の棒の温度が式(1)~(3)の方程式、初期条件、境界条件に支配されている時、以下の設問に答えなさい。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + f(x) \quad (1)$$



図-1

$$T(x,0) = \sin\left(\pi \frac{x}{L}\right) \quad 0 \leq x \leq L \quad (2)$$

$$T(0,t) = 0, \quad T(L,t) = 0 \quad 0 < t < \infty \quad (3)$$

$T(x,t)$: 棒の温度 a : 熱伝導係数(定数)

t : 時間 x : 棒左端からの距離

$f(x)$: 棒内部の熱源分布

- (1) 棒内部に熱源がない場合 ($f(x)=0$ の時)、上記の初期条件、境界条件を満たす解(温度分布)を変数分離法によって求めなさい。
- (2) 熱源分布が式(4)で与えられた時、以下の手順で解(温度分布)を求めなさい。

$$f(x) = \sin\left(2\pi \frac{x}{L}\right) \quad (4)$$

- a) 棒の温度分布を式(5)のように置いた上で、式(1)に基づいて $T_n(t)$ それぞれに関する微分方程式を導出しなさい。

$$T(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \sin\left(n\pi \frac{x}{L}\right) \quad (5)$$

- b) a)で導出した微分方程式に基づき、初期条件(式(2))を満たす解(温度分布)を求めなさい。