口述試験[工学の基礎] 問１　次の I から VIII の問いのすべてに答えよ。問 2 とは別の用紙に答えよ。

I. 微分方程式 $y = \dfrac{dy}{dx}$ の解として適当なものは次のうちどれか。ただし，A は定数とする。

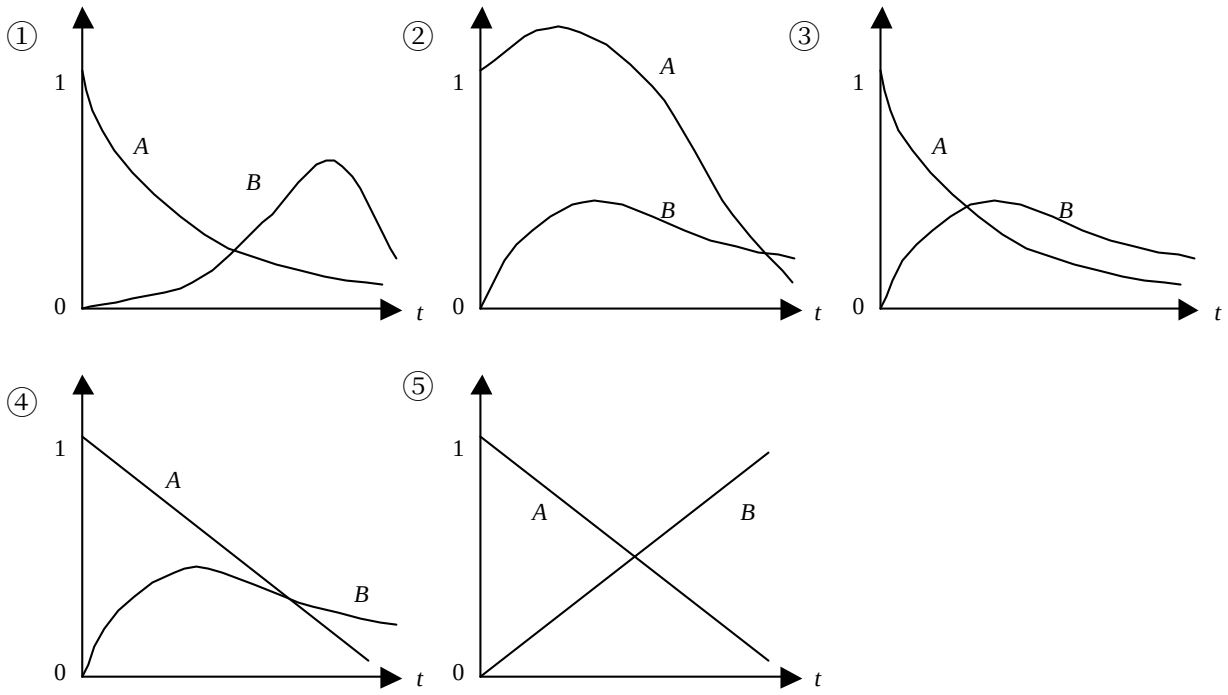
①　$y = A\exp x$　②　$y = \exp Ax$　③　$y = A\log x$　④　$y = \log Ax$　⑤　$y = A + \exp x$

II. 微分方程式 $\omega^2 y = -\dfrac{d^2 y}{dt^2}$ の解と**<u>ならないもの</u>**を番号で答えよ。ただし，i は虚数単位とする。

①　$y = \sin\omega t$　②　$y = \cos\omega t$　③　$y = \tan\omega t$　④　$y = e^{i\omega t}$　⑤　$y = 2e^{i\omega t}$

III. 連立微分方程式 $\dfrac{dA}{dt} = -k_1 A$，$\dfrac{dB}{dt} = k_1 A - k_2 B$ の解を $k_1 > 0$，$k_2 > 0$ および初期条件 $A\big|_{t=0} = 1$，

$B\big|_{t=0} = 0$ のもとで図示すると以下のうちどれに近いか？　番号で答えよ。



IV. 微分方程式 $y = \dfrac{dy}{dt}$ を初期条件 $y\big|_{t=0} = 1$ のもとで，数値的に式　$y\big|_{t=t_0+\Delta t} = (1+\Delta t)y\big|_{t=t_0}$ によって，

$0 \le t \le 10$ の範囲で Δt 刻みで解くことを考える。この数値計算について，次の説明のうち**<u>適当ではないもの</u>**を選べ。番号で答えよ。

①　計算機の変数の扱いで桁落ちが生じないなら，Δt を小さくするほど，計算の誤差は小さくなる。

②　この数値計算では，ある計算ステップで生じた誤差が，次の計算ステップの誤差を拡大する方向へ影響する。

③　この数値計算では，y の計算結果は，真の値よりも $t>0$ の範囲で常に小さくなる。

④　今回の近似式ではなく，より精度の高い近似式を用いれば，刻み幅 Δt が同じであっても，この数値計算よりも計算の誤差はかなり小さくできる。

⑤　この計算方法は，$t \to \infty$ で一定値に収束する場合にのみ用いることができる。

口述試験[工学の基礎] 問１　つづき

V. 正規分布についての以下の記述のうち**最も不適当な記述**を選べ。なお，必要なら以下の正規分布表を利用してもよい。なお，μ は平均値，σ は標準偏差をあらわす。

① 正規分布は，左右対称の分布形である

② 正規分布の標準偏差 σ が大きいほど，ばらつきが大きい。

③ 区間 $[\mu-\sigma, \mu+\sigma]$ の範囲に含まれるデータ点の数は，全体の約 50%となる。

④ 区間 $[\mu+\sigma, \mu+2\sigma]$ の範囲に含まれるデータ点の数は，全体の約 14%となる。

⑤ 区間 $[\mu+2\sigma, \infty]$ の範囲に含まれるデータ点の数は，全体の約 2.3%となる。

正規分布表

z	0	0.5	1.0	1.5	1.65	1.96	2.0	2.5
$F(z)$	0.5	0.6915	0.8413	0.9332	0.9500	0.9750	0.9772	0.9938

VI. 次の確率統計についての解説のうち，**最も不適当な記述**を選べ。

① ある n 個のデータの組 (x_i, y_i) に対して最小二乗法を適用して回帰直線を引く場合，説明変数(独立変数)と目的変数(従属変数)を入れ替えて最小二乗法を適用しても，引かれる直線は同一のものとなる。

② ある n 個のデータの組 (x_i, y_i) がある場合，変数 x と変数 y の間の相関係数が 0 とは，互いの変数の間に，少なくとも直線関係で表される関係が乏しいことを意味している。

③ 東急の東横線の昼間時のダイヤは，15 分パターンで同じ列車配列を繰り返しており，渋谷駅を 0 分(特急), 1 分(各停), 5 分(急行), 10 分(各停), 15 分(特急), 16 分(各停), 20 分(急行), 25 分(各停)というように発車する。渋谷駅につく時間がランダムで必ず先発の列車に乗るとした場合，特急に乗車する確率は，おおよそ 1/3 である。

④ 統計的検定法において，帰無仮説が棄却できない場合であっても，積極的に帰無仮説を肯定しているわけではない。

⑤ A 大学の入学試験の結果は，英語と工学の基礎の 2 科目の合計得点によって争われるが，英語 100 点満点の標準偏差が 10 点，工学の基礎も 100 点満点だが標準偏差が 20 点だったとすると，工学の基礎の方がより大きく合否に影響したことが推測される。

VII. ある鋼材を 5 本購入し，太さを測定したところ，12.5mm, 12.3mm, 12.4mm, 12.5mm, 12.3mm であった。この鋼材の太さの標準偏差を答えよ。(計算過程も記述すること)

VIII. 母分散 σ^2 の正規分布をしている母集団から大きさ n の標本を取ったときの試料平均 $\bar{x}$ について，$\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ が，平均 0,分散 1 の正規分布になることを利用して，以下の問いに答えよ。(計算過程も記述すること。必要ならこのページの問題 V に付属している正規分布表を用いてもよい。)

ある物体の強度は, これまでの経験から標準偏差が 20MPa で正規分布でばらつくことがわかっている。今回も同じように施工しているので, おそらくは, 同じような強度分布だと考えているが, とりあえず, 16 本のサンプルを抜き取って強度を測定したところ，平均値は，80MPa であった。今回の当該物体の強度の母平均の 95%信頼区間を求めよ。

口述試験[工学の基礎] 問 2　次の I から II の問いのすべてに答えよ。問 1 とは別の用紙に答えよ。

I

(1) 次の式を満たす行列 A を求めよ。

$$2A-\begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}=3\begin{pmatrix} 0 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

(2) 行列 C の固有値と固有ベクトルを求めよ

$$C=\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

II

長さ l の棒の一次元熱伝導を考える。初期状態において，棒の温度 T は，一様に 350(K)である。t=0 で棒の左端の温度が瞬間的に 300(K)に引き下げられた後は，その温度で維持される。棒の右端の温度は 350(K)のままである。また，両端以外は棒は断熱されている。以下の一次元熱伝導方程式を用いて各問いに答えよ。ただし，a^2 は定数とする。

$$\frac{\partial T}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

(1) $T(x,t)=A(x)B(t)$ とおき，変数分離法を用いて上記偏微分方程式を常微分方程式に変換せよ。

(2) 上記で求めた常微分方程式を与えられた初期条件と境界条件のもとで解きなさい。