専門科目（午前）　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　１６　大修

土木工学　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　時間　9:30 ～11:00

工学基礎　問 2

２－１　以下の常微分方程式の一般解を求めなさい

（１） $y''-4y'+4y=0$
（２） $y''+2y'+5y=0$
（３） $y''+7y+12=0$

２－２　以下の常微分方程式について問いに答えなさい
ただし，式中の ω は定数である．

$$y''+\omega^2 y = g(x)$$

$$g(x)=\begin{cases} k & (0 \le x \le \pi) \\ 0 & (\pi \le x \le 2\pi) \end{cases}$$

$$g(x+2\pi)=g(x)$$

ヒント：フーリエ級数公式（オイラーの公式）--------------

$$f(x)=\frac{1}{2}a_0+\sum_{n=0}^{\infty}\left(a_n \cos\frac{n\pi x}{p}+b_n \sin\frac{n\pi x}{p} \right)$$

ここで

$$a_0=\frac{1}{p}\int_0^{2p} f(t)dt$$

$$a_n=\frac{1}{p}\int_0^{2p} f(x)\cos\frac{n\pi x}{p}dx$$

$$b_n=\frac{1}{p}\int_0^{2p} f(x)\sin\frac{n\pi x}{p}dx$$

任意の周期関数（周期 $2p$ ） $f(x)$ は、上式のように cos と sin の重ね合わせで表現出来る

（１） $g(x)$ をフーリエ級数を使って表しなさい
（２）常微分方程式の両辺に $\cos nx/\pi$ を掛けて $[0,2\pi]$ の区間で x について積分し、

$\alpha_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} y\cos nx dx$ を求めなさい

（３）常微分方程式の両辺に $\sin nx/\pi$ を掛けて $[0,2\pi]$ の区間で x について積分し、

$\beta_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} y\sin nx dx$ を求めなさい

（４）上記、α_n、β_n が y のフーリエ係数であることを利用して、常微分方程式の解を求めなさい。