専門科目（午前）　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　１６　大修

土木工学　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　時間　9:30 ～11:00

工学基礎　問 1

次の I)から IX)のすべてについて答えなさい。工学基礎問１と問２は，必ず別の用紙に解答を記入すること。

I) 以下の式は，流体中の物質の移流拡散をあらわす偏微分方程式である。

$$\frac{\partial C}{\partial t}+u\frac{\partial C}{\partial x}+v\frac{\partial C}{\partial y}+w\frac{\partial C}{\partial z}=\mu\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)C$$

次の①から⑥のうち，変数の分類を正しく記述しているのはどれか。番号で答えよ。

①	C は，従属変数である	x, y, z は，従属変数である	t は，従属変数である
②	C は，従属変数である	x, y, z は，独立変数である	t は，従属変数である
③	C は，従属変数である	x, y, z は，独立変数である	t は，独立変数である
④	C は，独立変数である	x, y, z は，従属変数である	t は，従属変数である
⑤	C は，独立変数である	x, y, z は，従属変数である	t は，独立変数である
⑥	C は，独立変数である	x, y, z は，独立変数である	t は，独立変数である

II) 偏微分方程式 $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=c^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ は，一次元の波動を表す式であるが，この式の解としての $u=\sin(x+ct)$ の位置付けを正しく述べているものは以下のうちどれか。番号で答えよ。

① $u=\sin(x+ct)$ は，この偏微分方程式の解の一つで，x の正方向へ波速 c で移動する正弦波である。

② $u=\sin(x+ct)$ は，この偏微分方程式の解の一つで，x の負方向へ波速 c で移動する正弦波である。

③ $u=\sin(x+ct)$ は，この偏微分方程式の唯一の解で，フーリエ級数によって定められる。

④ $u=\sin(x+ct)$ は，この偏微分方程式の解を変数分離法で解く場合の典型的な解の一つである。

⑤ $u=\sin(x+ct)$ は，この偏微分方程式の解をフーリエ級数で表した場合の重ね合わせ係数の求め方を表している。

III) x と y の関数 $f(x,y)$ について，$x=x_0$，$y=y_0$ の近傍の $x=x_1$，$y=y_1$ における $f(x_1,y_1)$ の近似値を与える式として，以下のうちどれが最も適当か。番号で答えよ。

① $f(x_1,y_1)\approx f(x_0,y_0)+(x_0-x_1)\frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{x=x_0,y=y_0}+(y_0-y_1)\frac{\partial f}{\partial y}\Big|_{x=x_0,y=y_0}$

② $f(x_1,y_1)\approx f(x_0,y_0)+(x_1-x_0)\frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{x=x_0,y=y_0}+(y_1-y_0)\frac{\partial f}{\partial y}\Big|_{x=x_0,y=y_0}$

③ $f(x_1,y_1)\approx f(x_0,y_0)+(y_1-y_0)\frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{x=x_0,y=y_0}+(x_1-x_0)\frac{\partial f}{\partial y}\Big|_{x=x_0,y=y_0}$

④ $f(x_1,y_1)\approx f(x_0,y_0)+(y_0-y_1)\frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{x=x_0,y=y_0}+(x_0-x_1)\frac{\partial f}{\partial y}\Big|_{x=x_0,y=y_0}$

⑤ $f(x_1,y_1)\approx f(x_0,y_0)+\left(\frac{x_0+x_1}{2}\right)\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}\Big|_{x=x_0,y=y_0}+\left(\frac{y_0+y_1}{2}\right)\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}\Big|_{x=x_0,y=y_0}$

IV) 地下水流について，ピエゾ水頭を $h=\frac{p}{\rho g}+z$ として，ダルシーの法則から流速 3 成分が k を定数として $u=-k\frac{\partial h}{\partial x}$，$v=-k\frac{\partial h}{\partial y}$，$w=-k\frac{\partial h}{\partial z}$ と書けるとする。この 3 つの式にどのような操作を加えると，$k\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}\right)+k\left(\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right)+k\left(\frac{\partial^2 h}{\partial z^2}\right)=0$ という式が得られるか。適切な操作を番号で答えよ。

① 運動量保存則を適用する　② ローレンツ変換をほどこす　③ エネルギー保存則を適用する

④ 地盤の異方性を仮定する　⑤ 水の連続の式を考える

土木工学　　　　　　　　　　　　　　　　　　　時間　9:30 ～11:00

工学基礎　問 1　（続き）

V) 行列 $A=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 3 & 5\end{pmatrix}$ は，固有値 $\lambda=8, 2$ を持つ。それぞれの固有値に対応する固有ベクトルを求めなさい。(計算過程も記述すること)

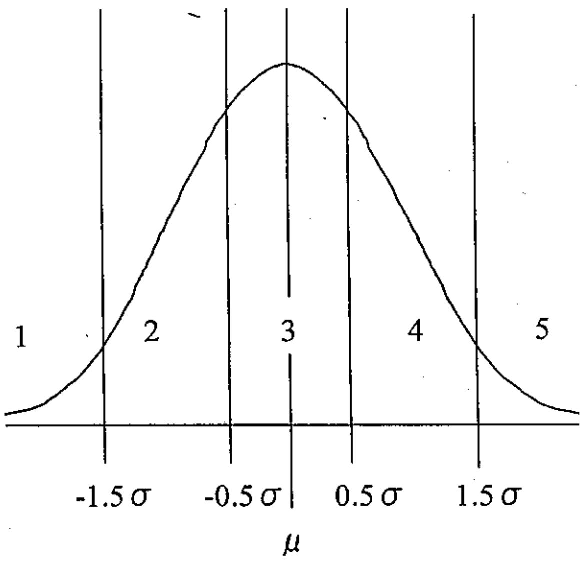
VI) 次の連立一次方程式を解け。(計算過程も記述すること，計算方法は指定しない)

$$\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 0 & 10 & 25\\ 20 & 10 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 90\\ 80\end{pmatrix}$$

VII) 直交座標系 (x,y) と極座標系 (r,θ) との間で偏微分に関して，$\dfrac{\partial}{\partial x}=\cos\theta\dfrac{\partial}{\partial r}-\dfrac{\sin\theta}{r}\dfrac{\partial}{\partial\theta}$ が成立つ理由を簡単に示せ。(計算過程も記述すること)

VIII) ある町で，ある年に渇水がおこる確率は 1/10 である。この町の利水施設，水使用量の変化が無視でき，流域の自然環境の変化や地球規模の気象変動の影響も無視できるとして，これから 10 年の間に渇水がおこる年を 2 回以上経験する確率を求めよ。必要なら $0.9^{10}=0.349$ を用いよ。(計算過程も記述すること)

IX) 点数で数値化された製品の良し悪しについて，五段階評価をする一つの方法として，右の図のように 1 から 5 を付与する評価方法がある。すなわち，μ を平均値，σ を標準偏差として，得点が $\mu-1.5\sigma$ 以下の製品を評価 1 とし，$\mu-1.5\sigma$ よりは得点が高いが $\mu-0.5\sigma$ より低い製品を評価 2 とし，平均値からの隔たりが標準偏差の 1/2 以内の範囲の得点の製品を評価 3 などとする方法である。製品の得点が正規分布をしていて，この方法で五段階評価をした場合に，1, 2, 3, 4, 5 の評価を得る製品の割合は，それぞれ何%になるか。必要であれば，以下の正規分布表を用いてもよい。(計算過程の説明の必要はない)



正規分布表

z	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
$F(z)$	0.5	0.6915	0.8413	0.9332	0.9772	0.9938