円管路の流れについて以下の問いに答えなさい。

(1) 動水勾配が I，半径 a の円管の中を水が層流で流れるとき，円管内の半径 r，長さ ds の微小円筒にはたらく力のバランスから，管内のせん断力分布の式(i)が成り立つことを示せ。なお，式に用いる記号はすべて，図-1 を参照せよ。

$$\tau = \frac{r\rho g I}{2} \quad \cdot\cdot\cdot\cdot \text{(i)}$$

・さらに，管内の流速分布を a, I, g, ρ, μを用いて r の関数として示せ。なおμは粘性係数である。

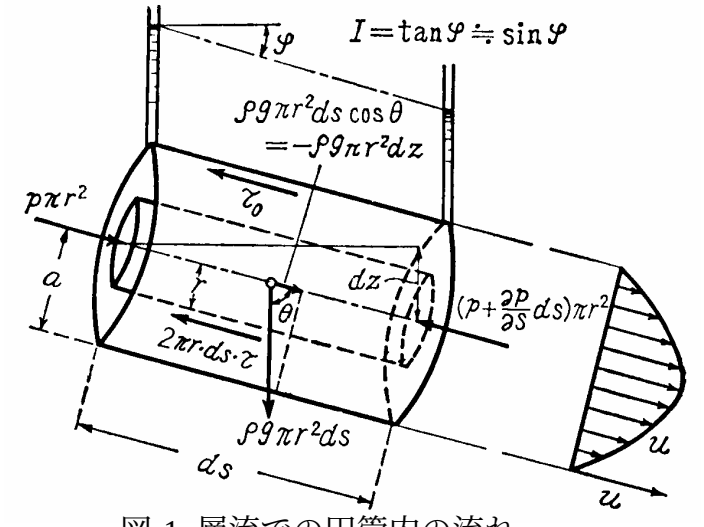

図-1 層流での円管内の流れ

(2) 次に乱流の場合を考える。乱流の場合の管内の流速分布およびせん断力分布を層流の場合との違い（あるいは同一性）がわかるように図示しなさい。数式は不要である。

(3) 実用流速公式として，マニング式: (平均流速)$= \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}}$ を用いる。この場合，摩擦損失係数 f とマニングの粗度係数 n の間には，式(ii)が成り立つことを f と摩擦損失水頭との関係を示す式を変形して示せ。

$$f = \frac{(10.1) g n^2}{a^{\frac{1}{3}}} \quad \cdot\cdot\cdot\cdot \text{(ii)}$$

(4) ある町の水道管路は図－２のように，山の上の配水池から自然流下で，谷と丘を越えて町まで配水している。小規模な水道施設なので，途中に圧力を調整する施設はない。図-2 を答案用紙に簡単に写し取り，エネルギー線と動水頭線とを午前 8 時と午前 2 時についてかけ。なお，午前 8 時と午前 2 時とは，配水池の水面高さは同じであるが，午前 8 時は，午前 2 時より水使用量が極めて大きいところが異なるとする。

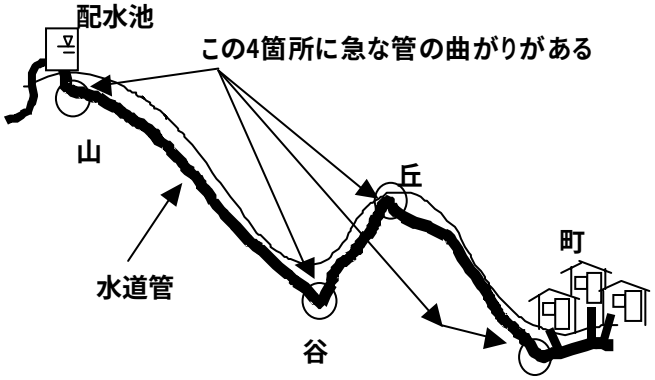

図-２ ある町の水道管路

(5) 前問の管路で，キャビテーションが起こりやすいとすれば，それはどの地点か。答案用紙に写し取った略図上で 1 地点指摘せよ。また，キャビテーションは，午前 8 時と午前 2 時のどちらに起こり易いかも理由を含めて述べよ。